

# 湖南省高等教育自学考试

## 课程考试大纲

### 复变函数

(课程代码: 02011)

湖南省教育考试院组编  
2016年12月

# 高等教育自学考试课程考试大纲

课程名称：复变函数论

课程代号：02011

## 第一部分 课程性质与目标

### 一、课程性质与特点

复变函数论是高等教育自学考试数学（本科）专业的专业核心课程。本课程是数学的一个重要分支之一，内容十分丰富。通过本课程的学习，一方面可以加深考生对高等数学中基础理论的理解，另一方面可以使考生将复变函数中的研究方法应用于工程和科技活动中去，起到理论与实际紧密联系的作用。

### 二、课程目标与基本要求

本课程的目标与基本要求是：考生通过本课程的学习，熟悉复变函数的基本知识，掌握复变函数的导数、解析的基本概念、复变函数可导和解析的充分必要条件。了解一些初等解析函数的主要性质和特点，尤其是一些多值函数积分的性质和特点。熟悉复积分的定义、计算和基本性质。掌握柯西积分公式和柯西导数公式以及它们的应用条件和方法。熟悉复函数项级数一致收敛、条件收敛和幂级数收敛半径的概念，掌握泰勒展式公式和该公式的证明方法、该展示的使用方法以及解析函数最大模原理。掌握罗朗展式公式和该公式的证明方法以及该展示的使用方法。了解整函数和亚纯函数的概念和柳维尔定理。掌握留数概念和计算方法以及留数定理的应用。了解幅角原理和儒歇定理。了解解析开拓、透弧开拓、间接解析开拓、解析函数链和完全解析函数等基本概念以及班拉卫连续开拓原理、黎曼-许瓦兹原理（对称原理）和单值性定理的内容和应用方法。了解几个初等函数映照分析的方法，熟悉分式线性映照的性质和特点。了解调和函数和共轭调和函数的概念、调和函数和解析函数的关系以及由调和函数求解析函数的方法和技巧。了解极值原理、波阿松公式及均值公式、波阿松积分的性质、一般的狄里克莱问题和许瓦兹-克里斯多菲公式。了解解析函数的流体力学意义、复环流、复势、势函数、流函数、源点和涡点和偶极子等基本概念以及使用这些概念到工程实际分析的基本方法。

本课程内容涵盖了复变函数中的三大理论，即积分理论、级数理论和几何理论的所有内容。通过本课程的学习和考试，既可以考查考生对该课程的基本概念、基本性质和基本理论的理解准确和全面的程度，又可以考查考生在工程实践中运用所学知识处理问题、分析问题和解决问题能力提高的大小。

### 三、与本专业其他课程的关系

数学分析是学习本课程的基础课程。复变函数论已经深入到数学许多领域如：微分方程、积分方程、概率论和数论等学科，对这些学科的发展有广泛而深远的影响。

## 第二部分 考核内容与考试目标

### 第一章 复数和复函数

#### 一、学习目的与要求

1. 了解球极投影、复球面、无穷远点和扩充复平面的基本概念
2. 掌握复数的四则运算和复数的代数表示法、三角函数表示法和极坐标表示法的相互转换。复数与复平面上的点、矢量一一对应关系，复数的模、复角的几何意义。
3. 熟悉复变函数、复变函数极限与连续性的概念和定义。
4. 了解同伦和区域的连通性、黎曼面的概念。
5. 熟悉幅角函数的概念和几何意义。
6. 熟悉复数列和复级数、一致收敛、绝对收敛的概念，能够判断一些常见复数列和复级数的收敛和发散特性。

#### 二、考核知识点与考核目标

- (一) 复数表示法之间的转换，复变函数的概念以及复变函数的极限与连续性  
(重点)

识记：复数、复平面，复平面点集及模与辐角的概念。复数与复平面上的点、矢量的对应关系，复数的四则运算，复数的代数表示法、三角函数表示法和极坐标表示法的相互转换

理解：无穷远点以及扩充复平面的概念，复数的模、辐角的几何意义以及多值性特点。复变函数为复平面上两个集合间的映射

应用：利用复数的几何意义证明一些复数不等式和等式；运用复变函数表示复平面内的直线和曲线

- (二) 复数列和复级数 (次重点)

识记：复数列和复级数的概念。

理解：复数列和复级数一致收敛、绝对收敛的特点。

应用：能够判断一些常见复数列和复级数的收敛和发散特性。

- (三) 同伦和伦移概念 (一般)

### 第二章 解析函数基础

#### 一、学习目的与要求

1. 掌握柯西-黎曼条件  $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$  以及复函数  $w = f(z)$  在某处可导和可微的关系。
2. 熟悉复变函数解析的定义。
3. 了解整函数和亚纯函数的概念以及指数函数、三角函数、双曲函数、对数函数、幂函数、根式函数、反三角函数和反双曲函数的定义和特性。
4. 熟悉多值函数在给定条件下求值的方法。

## 二、考核知识点与考核目标

### (一) 解析函数 (重点)

识记: 复变函数导数、微分和解析的定义

理解: 1. 柯西-黎曼条件

2. 复变函数解析的充要条件

应用: 1. 求复变函数的导数、偏导数

2. 判定复变函数的解析特性

3. 求解解析函数在某处的伸长度与旋转角

### (二) 一些初等解析函数的特性 (次重点)

识记: 指数函数、三角函数、双曲函数、对数函数、幂函数、根式函数、反三角函数和反双曲函数的定义

理解: 1. 指数函数、三角函数、双曲函数、对数函数、幂函数、根式函数、反三角函数和反双曲函数各自的特性

2. 初等多值函数分枝问题

应用: 1. 求证解析函数的有关结论

2. 证明解析函数的等式

### (三) 有理函数对数计算的方法 (一般)

## 第 3 章 复积分

### 一、学习目的与要求

1. 了解复积分的定义和含义。

2. 熟悉复积分的基本性质和计算方法。

3. 了解柯西定理的内容和证明方法。

4. 理解多连通域柯西定理的含义。

5. 掌握柯西积分公式  $f(z) = \frac{1}{2\pi i} \oint_L \frac{f(\zeta)}{\zeta - z} d\zeta$  含义及应用方法。

6. 了解柯西导数公式  $f^{(n)}(z) = \frac{n!}{2\pi i} \oint_L \frac{f(\zeta)}{(\zeta - z)^{n+1}} d\zeta (z \notin L, n=1,2,\dots)$  的证明方法, 掌握它的应用条件。

7. 了解柯西不等式和莫瑞勒定理。

8. 了解反常积分和、柯西主值积分和高阶奇异积分的概念。

### 二、考核知识点与考核目标

#### (一) 利用柯西积分公式和柯西导数公式进行复积分运算 (重点)

识记: 复积分的定义, 复积分的基本性质

理解: 1. 柯西积分公式  $f(z) = \frac{1}{2\pi i} \oint_L \frac{f(\zeta)}{\zeta - z} d\zeta$

2. 柯西导数公式  $f^{(n)}(z) = \frac{n!}{2\pi i} \oint_L \frac{f(\zeta)}{(\zeta - z)^{n+1}} d\zeta (z \notin L, n=1,2,\dots)$

- 应用：1. 运用柯西积分公式和柯西导数公式进行复积分的计算  
2. 运用柯西积分公式和柯西导数公式进行一些等式的证明

## （二）柯西定理的内容和证明方法（次重点）

识记：在区域  $D$  解析的含义，柯西不等式公式

理解：柯西定理的证明方法

应用：利用柯西定理进行一些复积分的计算和等式的证明

## （三）反常复积分（一般）

# 第四章解析函数的级数理论

## 一、学习目的与要求

1. 了解魏斯特拉斯定理的内容和证明方法。
2. 了解阿尔贝引理得含义。
3. 掌握幂级数收敛和发散的条件，幂级数收敛半径的含义和计算公式。
4. 熟悉泰勒展式  $f(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{f^{(n)}(z_0)}{n!} (z - z_0)^n$  的证明方法并掌握用泰勒展式进行

一些复变函数的幂级数展开方法。

5. 了解最大模原理及证明方法。
6. 熟悉罗朗级数展式

$$f(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n (z - z_0)^n, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, a_n = \frac{1}{2\pi i} \oint_L \frac{f(\zeta)}{(\zeta - z_0)^{n+1}} d\zeta$$

含义并掌握其应用方法。

7. 了解孤立奇点、可去奇点、单极点、 $m$  阶极点、本性奇点、整函数和超越整函数的概念。

## 二、考核知识点与考核目标

### （一）复函数的泰勒展示和罗朗展示（重点）

识记：幂级数的一致收敛、绝对收敛

理解：1. 魏斯特拉斯定理、阿尔贝引理和最大模原理的内容

2. 泰勒展示系数计算方法

3. 罗朗展示系数计算方法

应用：1. 复函数展为泰勒级数

2. 复函数展为罗朗级数

### （二）幂函数收敛半径和复函数零点与奇点（次重点）

识记：收敛半径，复函数零点、孤立奇点、可去奇点、单极点、 $m$  阶极点和本性奇点

理解：1. 幂级数收敛半径方法

2. 复函数零点与奇点计算方法

应用：计算复函数收敛域和零点与极点  
(三) 复函数奇点类型 (一般)

## 第 5 章 留数理论

### 一、学习目的与要求

1. 熟悉留数  $\operatorname{Res}(f, z_0) = \frac{1}{2\pi i} \oint_L f(z) dz$  的定义。
2. 理解留数公式  $\operatorname{Res}(f, z_0) = a_{-1}$  的含义。
3. 掌握在不同情况下留数的计算方法。
4. 熟悉无穷远点留数  $\operatorname{Res}(f, \infty) = \frac{1}{2\pi i} \oint_{\bar{L}} f(z) dz = -a_{-1}$  定义。
5. 掌握留数基本定理  $\oint_L f(z) dz = 2\pi i \sum_{k=1}^n \operatorname{Res}(f, z_k)$  含义。
6. 熟悉公式  $\sum_{k=1}^n \operatorname{Res}(f, z_k) + \operatorname{Res}(f, \infty) = 0$  的含义和运用技巧。
7. 了解推广的留数定理的内容。
8. 掌握积分  $\int_{-\infty}^{+\infty} R(x) dx$  计算方法。
9. 掌握积分  $\int_0^{2\pi} R(\cos \theta, \sin \theta) d\theta$  计算方法。
10. 掌握积分  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cos mx dx (m > 0)$  或积分  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \sin mx dx (m > 0)$  计算方法。
11. 了解约当引理的内容。
12. 熟悉多值解析函数在求一些积分的应用方法。
13. 熟悉幅角原理的内容和证明方法。
14. 了解儒歇定理的含义和证明方法。
15. 了解代数基本定理。

### 二、考核知识点与考核目标

#### (一) 留数定理的应用 (重点)

识记：留数概念。

理解：1. 公式  $\operatorname{Res}(f, z_0) = a_{-1}$  的含义

2. 无穷远点留数  $\operatorname{Res}(f, \infty) = \frac{1}{2\pi i} \oint_{\bar{L}} f(z) dz = -a_{-1}$  定义

3.  $\oint_L f(z) dz = 2\pi i \sum_{k=1}^n \operatorname{Res}(f, z_k)$

4.  $\sum_{k=1}^n \operatorname{Res}(f, z_k) + \operatorname{Res}(f, \infty) = 0$

应用：1. 计算积分  $\int_{-\infty}^{+\infty} R(x) dx$

2. 计算积分  $\int_0^{2\pi} R(\cos \theta, \sin \theta) d\theta$

3. 计算积分  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cos mx dx (m > 0)$  或积分  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \sin mx dx (m > 0)$

(二) 多值解析函数的应用 (次重点)

识记: 积分区域的选定

理解: 解析分枝的含义

应用: 1. 计算  $\int_0^{+\infty} \frac{R(x)}{x^\alpha} dx, -1 < \alpha < 1$  积分

2. 计算  $\int_0^{+\infty} (\ln(x))^m R(x) dx, (m \in \mathbb{N})$  积分

3. 计算  $\int_0^{+\infty} \frac{\ln x}{x^\alpha} R(x) dx, |\alpha| < 1$  积分

(三) 幅角原理和儒歇定理 (一般)

## 第六章 解析开拓

### 一、学习目的与要求

1. 了解解析开拓和解析函数元素的概念。

2. 了解透弧开拓和幂级数开拓的内容和方法。

3. 熟悉班拉卫连续开拓原理。

4. 了解黎曼-许瓦兹原理 (对称原理)。

5. 了解互为间接解析开拓、解析函数链、完全解析函数、一般解析函数和黎曼面的概念。

6. 熟悉单值性定理。

### 二、考核知识点与考核目标

(一) 幂级数开拓 (重点)

识记: 解析开拓和解析函数元素的概念

理解: 幂级数开拓

应用: 对于给定的解析函数求出对应的解析开拓函数

(二) 透弧解析开拓 (次重点)

识记: 透弧解析开拓的定义

理解: 1. 班拉卫连续开拓原理。2. 黎曼-许瓦兹原理 (对称原理)

应用: 求对称区域的解析开拓函数

(三) 完全解析函数和黎曼面 (一般)

识记: 完全解析函数、一般解析函数和黎曼面的概念

理解: 单值性定理; 黎曼面

应用: 求函数的黎曼面

## 第七章 共形映照

### 一、学习目的与要求

1. 了解分式线性映照  $\omega = L(z) = \frac{az+b}{cz+d}$  的定义和条件。
2. 了解平移映照  $\omega = z + \beta$ 、旋转映照  $\omega = e^{i\theta}z$ 、相似映照  $\omega = rz (r>0)$ 、倒数（反演）映照  $\omega = \frac{1}{z}$ 、整线性映照  $\omega = a'z + b'$  以及同胚映照的含义。
3. 熟悉共形映照、保角性、共形性和伸缩率不变性的含义。
4. 了解分式线性映照映照群和不动点的概念。
5. 掌握分式线性映照交比  $((z_1, z_2, z_3, z_4) = \frac{z_4 - z_1}{z_4 - z_3} : \frac{z_2 - z_1}{z_2 - z_3})$  不变性的特点，即：  
 $(z_1, z_2, z_3, z_4) = (\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4)$ 。
6. 熟悉分式线性映照保圆周及侧和保对称性的特性。
7. 掌握三个特殊分式线性映照  $\omega = k \frac{z - z_0}{z - \bar{z}_0}$ ,  $\omega = k \frac{z - z_0}{z - z_0 z}$ ,  $\omega = \frac{az+b}{cz+d} (ad-bc \neq 0)$  的作用及应用方法。
8. 熟悉单叶解析函数的基本性质。
9. 了解黎曼映照存在定理和黎曼映照唯一性定理。
10. 了解边界对应定理及其逆定理。
11. 熟悉指数与对数函数映照、幂级数映照和儒可夫斯基函数映照。
12. 掌握已知函数求映照区域、已知对应区域求映照函数的基本方法。

### 二、考核知识点与考核目标

#### （一）分式线性映照（重点）

识记：1. 分式线性映照的定义

2. 单叶解析函数映照的基本特点

理解：1. 分式线性映照交比不变性  $((z_1, z_2, z_3, z_4) = (\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4))$ 。

2. 特殊分式线性映照  $\omega = k \frac{z - z_0}{z - \bar{z}_0}$ ,  $\omega = k \frac{z - z_0}{z - z_0 z}$ ,  $\omega = \frac{az+b}{cz+d} (ad-bc \neq 0)$

的作用

应用：1. 已知函数求映照区域

2. 已知对应区域求映照函数

#### （二）指数与对数函数映照、幂级数映照（次重点）

识记：指数与对数函数映照、幂级数映照的定义

理解：指数与对数函数映照、幂级数映照的分析方法

应用：1. 已知函数求映照区域

2. 已知对应区域求映照函数

#### （三）儒可夫斯基函数映照（一般）

识记：儒可夫斯基函数映照的定义

理解：儒可夫斯基函数映照的分析方法

应用：已知区域映照为所求区域



## 第八章 调和函数

### 一、学习目的与要求

1. 熟悉调和函数和共轭调和函数的定义。
2. 掌握由已知调和函数  $u(x, y)$  或者  $v(x, y)$  求解析函数  $f(z) = u + iv$  的方法。
3. 了解极值原理。
4. 熟悉波阿松公式以及均值公式的含义。
5. 了解波阿松积分的性质。
5. 了解一般狄里克来问题、园域上和上半平面狄里克来问题。
6. 了解许瓦兹-克里斯多菲公式的内容。

### 二、考核知识点与考核目标

#### (一) 由调和函数解析函数 $f(z) = u + iv$ (重点)

识记: 算符  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  以及  $\Delta u = 0, \Delta v = 0$  的含义

理解: 调和函数和共轭调和函数

应用: 根据调和函数  $u(x, y)$  或者  $v(x, y)$  求解析函数  $f(z) = u + iv$

#### (二) 狄里克来问题 (次重点)

识记: 波阿松公式

理解: 1. 极值原理

2. 波阿松公式的推导过程

3. 均值公式

4. 波阿松积分的性质

5. 一般狄里克来问题、园域上和上半平面狄里克来问题

应用: 边值问题求解

#### (三) 许瓦兹-克里斯多菲公式 (一般)

## 第九章 解析函数在平面场中的应用

### 一、学习目的与要求

1. 了解复环流、复速度、环量、复势、势函数、流函数、等势线和流线的含义。
2. 了解源点、涡点、源点强度、汇点强度、涡点强度、偶极子等概念。
3. 了解柱面绕流与机翼升力的计算方法。

### 二、考核知识点与考核目标

#### (一) 解析函数流体力学意义 (重点)

识记: 1. 复环流、复速度、环量、复势、势函数、流函数、等势线和流线概念

2. 源点、涡点、源点强度、汇点强度、涡点强度、偶极子

理解: 解析函数流体力学意义

应用：流体力学实际问题计算

(二) 柱面绕流与机翼升力的计算 (次重点)

识记：园盘绕流和截面绕流的概念

理解：柱面绕流与机翼升力的计算方法

应用：求解实际工程问题

## 第三部分 有关说明与实施要求

### 一、考核的能力层次表述

本大纲在考核目标中,按照“识记”、“理解”、“应用”三个能力层次规定其应达到的能力层次要求.各能力层次为递进等级关系,后者必须建立在前者的基础上,其含义是:

识记:能知道有关的名词、概念、知识的含义,是低层次的要求。

理解:在识记的基础上,能全面把握基本概念、基本原理\基本方法、能掌握有关概念原理\方法的区别与联,是较高层次的要求。

应用:在理解的基础上,能运用基本概念、基本原理、基本方法联系学过的多个知识点分析和解决有关的理论和实际问题,是最高层次的要求。

### 二、教材

1. 指定教材:

复变函数, 路见可、钟寿国、刘士强, 武汉大学出版社, 2007 年第二版

2. 参考教材:

复变函数, 孙清华、夏敏学, 湖北科学技术出版社

复变函数, 庞学诚、梁金荣、柴俊, 科学出版社

复变函数, 余家荣, 高等教育出版社, 第三版

James Ward Brown, Ruel V. Churchill. Complex Variables and Applications, 机械工业出版社

Lars V. Ahlfors. Complex Analysis (英文版), 机械工业出版社

### 三、自学方法指导

1. 在开始阅读指定教材某一章之前, 先翻阅大纲中有关这一章的考核知识点及对知识点的能力层次要求和考核目标, 以便在阅读教材时做到心中有数, 有的放矢。
2. 阅读教材时, 要逐段细读, 逐句推敲, 集中精力, 吃透每一个知识点, 对基本概念必须深刻理解, 对基本理论必须彻底弄清, 对基本方法必须牢固掌握。
3. 在自学过程中, 既要思考问题, 也要做好阅读笔记, 把教材中的基本概念、原理、方法等加以整理, 这可从中加深对问题的认知、理解和记忆, 以利于突出重点, 并涵盖整个内容, 可以不断提高自学能力。

4. 完成书后作业和适当的辅导练习是理解、消化和巩固所学知识，培养分析问题、解决问题及提高能力的重要环节，在做练习之前，应认真阅读教材，按考核目标所要求的不同层次，掌握教材内容，在练习过程中对所学知识进行合理的回顾与发挥，注重理论联系实际和具体问题具体分析，解题时应注意培养逻辑性，针对问题围绕相关知识点进行层次（步骤）分明的论述或推导，明确各层次（步骤）间的逻辑关系。

#### 四、对社会助学的要求

1. 应熟知考试大纲对课程提出的总要求和各章的知识点。
2. 应掌握各知识点要求达到的能力层次，并深刻理解对各知识点的考核目标。
3. 辅导时，应以考试大纲为依据，指定的教材为基础，不要随意增删内容，以免与大纲脱节。
4. 辅导时，应对学习方法进行指导，宜提倡“认真阅读教材，刻苦钻研教材，主动争取帮助，依靠自己学通”的方法。
5. 辅导时，要注意突出重点，对考生提出的问题，不要有问即答，要积极启发引导。
6. 注意对考生能力的培养，特别是自学能力的培养，要引导考生逐步学会独立学习，在自学过程中善于提出问题，分析问题，做出判断，解决问题。
7. 要使考生了解试题的难易与能力层次高低两者不完全是一回事，在各个能力层次中会存在着不同难度的试题。
8. 助学学时：本课程共 5 学分，建议总课时 90 学时，其中助学课时分配如下：

章 次	内 容	学 时
第 1 章	复数和复函数	14
第 2 章	解析函数基础	9
第 3 章	复积分	11
第 4 章	解析函数的级数理论	13
第 5 章	留数理论	12
第 6 章	解析开拓	6
第 7 章	共形映照	12
第 8 章	调和函数	8
第 9 章	解析函数在平面场中的应用	5
合 计		90

#### 五、关于命题考试的若干规定

1. 本大纲各章所提到的内容和考核目标都是考试内容。试题覆盖到章，适当突出重点。
2. 试卷中对不同能力层次的试题比例大致是：“识记”为 25%、“理解”为

40%、“应用”为 35%。

3. 试题难易程度应合理：易、较易、较难、难比例为 2：3：3：2。
4. 每份试卷中，各类考核点所占比例约为：重点占 60%，次重点占 30%，一般占 10%。
5. 试题类型一般分为：单项选择题、填空题、简答题、证明题、计算题、作图题、综合应用题等题型。
6. 考试采用闭卷笔试，考试时间 150 分钟，采用百分制评分，60 分合格。

## 六、题型示例（样题）

### 一、单项选择题（本大题共■小题，每小题■分，共■分）

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将其选出并将“答题卡”上的相应字母涂黑。错涂、多涂或未涂均无分。

1. 复数的主幅角为

- A.  $\tan^{-1} 3$       B.  $\tan^{-1} 3 + \pi$       C.  $\tan^{-1} 3 - \pi$       D.  $\tan^{-1}(\frac{1}{3})$

2. 级数

- A. 条件收敛      B. 绝对收敛      C. 一致收敛      D. 发散

### 二、填空题（本大题共■小题，每小题■分，共■分）

1. 复数  $z = \frac{(\sqrt{3}i-1)^2}{1-i}$  的模\_\_\_\_\_为，幅角为\_\_\_\_\_。

### 三、简答题（本大题共■小题，每小题■分，共■分）

1. 简述留数定理及其应用范围。
2. 分式线性映照有哪些性质？

### 四、证明题（本大题共■小题，每小题■分，共■分）

1. 如果  $f(z)$  在单位圆盘  $|z| < 1$  内解析，求证  $\overline{f(\frac{1}{z})}$  在单位圆外域  $|z| > 1$  解析。

2. 利用概率积分  $\int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ ，证明：

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{\sqrt{x}} dx = \int_0^{+\infty} \frac{\cos x}{\sqrt{x}} dx = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

### 五、计算题（本大题共■小题，每小题■分，共■分）

1. 利用留数定理计算  $\int_0^{2\pi} \frac{1}{1+\cos^2 \theta} d\theta$ 。

2. 计算  $\int_C \frac{e^z \sin z}{z^2} dz$ ，其中  $C$  为正向圆周  $|z| < \frac{1}{2}$

### 六、作图题（本大题共■小题，每小题■分，共■分）

1. 画出在映照  $\omega = \frac{z-1}{z+1}$  下，上半圆盘  $\{\operatorname{Im} z > 0\} \cap \{|z| < 1\}$  映照为平面的区域。

### 七、综合应用题（本大题共■小题，每小题■分，共■分）

1. 求圆周  $\{|z| = 1$  和  $|z-1| = \frac{5}{2}$  所围的偏心环  $D_z$  共形映照为同心圆环  $D_w$ ： $1 < |\omega| < R$ 。