

湖南省高等教育自学考试

课程考试大纲

概率论与数理统计

(课程代码: 02010)

湖南省教育考试院组编
2016 年 12 月

高等教育自学考试课程考试大纲

课程名称：概率论与数理统计

课程代码：02010

第一部分 课程性质与目标

一、课程性质与特点

概率论与数理统计是高等教育自学考试数学（本科）专业的专业核心课程，是研究随机现象统计规律性的数学学科，它是为学习后继课程和进一步获取数学知识奠定必要的基础。

通过本课程的学习，要使考生掌握概率论的基本概念，随机变量及其分布，多维随机变量及其分布，随机变量的数字特征，大数定律及中心极限定律，样本及抽样分布，参数估计，假设检验等内容。逐步培养考生的抽象思维能力、逻辑推理能力、空间想象能力和自学能力，利用概率论和数理统计的知识解决实际问题，还要特别注意培养考生的熟练运算能力和综合运用所学知识去分析解决问题的能力。

二、课程目标与基本要求

基本了解概率论与数理统计的基础理论，充分理解概率论与数理统计数学思想。掌握概率论与数理统计的基本方法、手段、技巧，并具备一定的分析论证能力和较强的运算能力。能较熟练地概率论与数理统计的思想方法解决应用问题。

三、与本专业其他课程的关系

本课程是工科各专业（本科段）的一门重要的基础理论课程。本课程的学习情况事关考生后继课程的学习，事关考生学习目标的确定及考生未来的走向。课程基础性、理论性强，与相关课程的学习联系密切，关系到考生综合能力的培养。

第二部分 考核内容与考核目标

第一章 随机事件与概率

一、考核的知识点

1. 随机事件的关系及其运算
2. 概率的定义与性质
3. 古典概型
4. 条件概率、乘法公式、全概率公式、贝叶斯公式
5. 事件的独立性、贝努利概型

二、自学要求

本章总的要求是：掌握随机事件之间的关系及其运算；理解概率的定义，掌握概率的基本性质，会用这些性质进行概率的基本计算；理解古典概型的定义，

会计算简单的古典概型问题；理解条件概率的概念，会用乘法公式、全概率公式和贝叶斯公式进行概率计算；理解事件独立性的概念，会用事件独立性进行概率计算。

重点：随机事件的关系与运算，概率的概念、性质；条件概率，事件独立性的概念，乘法公式、全概率公式、贝叶斯公式。

难点：古典概型的概率计算，全概率公式、贝叶斯公式，事件独立性的概念。

三、考核要求

1. 随机事件的关系与运算

1. 1 随机事件的概念及表示，要求达到“识记”层次

1. 2 事件的包含与相等、和事件、积事件、互不相容、对立事件的概念，要求达到“领会”层次

1. 3 和事件、积事件、对立事件的基本运算规律，要求达到“简单应用”层次

2. 概率的定义与性质

2. 1 频率的定义，频率的基本性质，要求达到“领会”层次

2. 2 概率的定义，要求达到“领会”层次

2. 3 概率的性质，要求达到“简单应用”层次

3. 古典概型

3. 1 古典概型的定义，要求达到“领会”层次

3. 2 简单古典概型的概率计算，要求达到“简单应用”层次

4. 条件概率

4. 1 条件概率的概念，要求达到“领会”层次

4. 2 乘法公式，会用乘法公式进行有关概率的计算，要求达到“简单应用”层次

4. 3 全概率公式与贝叶斯公式，会用这两个公式进行计算，要求达到“综合应用”层次

5. 事件的独立性

5. 1 事件独立性的概念，要求达到“领会”层次

5. 2 用事件的独立性计算概率，要求达到“简单应用”层次

5. 3 贝努利概型，要求达到“简单应用”层次

第二章 随机变量及其概率分布

一、考核的知识点

1. 随机变量的概念

2. 分布函数的概念和性质

3. 离散型随机变量及其分布律

4. 连续型随机变量概率密度函数

5. 随机变量函数的分布

二、自学要求

本章总的要求是：理解随机变量及其分布函数的概念；理解离散型随机变量及其分布律的概念；掌握较简单的离散型随机变量的分布律的计算；掌握两点分布、二项分布与泊松分布；掌握连续型随机变量及其概率密度函数的概念、性质及有关计算；掌握均匀分布、指数分布及其计算；熟练掌握正态分布及其计算；了解随机变量函数的概念，会求简单随机变量函数的概率分布。

重点：随机变量的分布律与概率密度函数的概念、性质和计算，随机变量函数的分布，几种常用分布。

难点：随机变量的分布律、概率密度函数，随机变量的函数的分布律、分布函数、概率密度函数。

三、考核要求

1. 随机变量的概念

随机变量的概念及其分类，要求达到“识记”层次

2. 离散型随机变量的分布律

2.1 离散型随机变量的概念，要求达到“识记”层次

2.2 求较简单的离散型随机变量的概率分布律，要求达到“简单应用”层次

2.3 两点分布、二项分布、泊松分布，要求达到“简单应用”层次

3. 随机变量的分布函数

3.1 随机变量分布函数的定义、性质，要求达到“领会”层次

3.2 求简单离散型随机变量的分布函数，要求达到“简单应用”层次

3.3 离散型随机变量分布函数与概率分布律的关系，要求达到“简单应用”

层次

4. 连续型随机变量及其概率密度函数

4.1 连续型随机变量及其概率密度函数的定义、性质，要求达到“领会”层次

次

4.2 用概率密度函数求分布函数，用分布函数求概率密度函数，要求达到“简单应用”

4.3 均匀分布、指数分布，要求达到“简单应用”层次

4.4 正态分布的定义及性质，要求达到“领会”层次

4.5 标准正态分布，一般正态分布的标准化及其概率计算，要求达到“综合应用”层次

4.6 a 分位数的定义，要求达到“领会”层次

5. 随机变量的函数的分布

5.1 求离散型随机变量的简单函数分布律，要求达到“简单应用”层次

5.2 求连续型随机变量的简单函数的概率密度函数，要求达到“简单应用”

层次

第三章 多维随机变量及其概率分布

一、考核的知识点

1. 多维随机变量的概念
2. 二维离散型随机变量的概率分布和边缘分布
3. 二维连续型随机变量的概率分布和边缘分布
4. 随机变量的独立性
5. 简单二维随机变量函数的分布

二、自学要求

本章总的要求是：理解二维离散型随机变量的分布律及其性质；理解二维连续型随机变量的概率密度函数及其性质；理解边缘分布律、边缘概率密度函数的概念，掌握求边缘分布律以及边缘概率密度函数的方法；会判断随机变量的独立性；了解两个随机变量的和的分布的求法。

本章重点：联合分布律，概率密度函数，边缘分布律，边缘概率密度函数，随机变量的独立性。

难点：边缘分布律，边缘概率密度函数，两个独立随机变量和的分布。

三、考核要求

1. 二维随机变量及其分布

1.1 二维随机变量及其分布函数的定义，分布函数的基本性质，要求达到“识记”层次

1.2 二维离散型随机变量联合分布律，边缘分布律，要求达到“领会”层次

1.3 由联合分布律求边缘分布律，要求达到“简单应用”层次

1.4 二维连续型随机变量分布函数，概率密度函数和边缘概率密度函数的定义及性质，要求达到“领会”层次

1.5 用联合概率密度函数求边缘概率密度函数，要求达到“简单应用”层次

1.6 二维均匀分布、二维正态分布，要求达到“简单应用”层次

1.7 二维随机变量及其分布，要求达到“识记”层次

1.8 二维正态分布随机变量的联合概率密度和边缘概率密度函数，要求达到“识记”层次

2. 随机变量的独立性

2.1 随机变量独立性的定义，要求达到“领会”层次

2.2 判别离散型随机变量的独立性，要求达到“简单应用”层次

2.3 判别连续型随机变量的独立性，要求达到“简单应用”层次

3. 随机变量函数的分布

3.1 简单二维离散型随机变量函数的分布，要求达到“简单应用”层次

3.2 两个独立随机变量和的分布，要求达到“识记”层次

第四章 随机变量的数字特征

一、考核的知识点

1. 期望的概念及性质
2. 方差的概念及性质
3. 几种常用随机变量的数学期望与方差
4. 协方差与相关系数

二、自学要求

本章总的要求是：理解期望与方差的概念，掌握期望与方差的性质与计算，会计算随机

变量函数的期望，掌握两点分布、二项分布、泊松分布、均匀分布、指数分布和正态分布的期望与方差，了解协方差、相关系数的概念及性质，会求相关系数，知道矩与协方差阵的概念及求法。

重点：期望、方差、协方差的计算，随机变量函数的数学期望。

难点：随机变量函数的数学期望。

三、考核要求

1. 随机变量的数学期望
 1. 1 期望的定义及性质，要求达到“领会”层次
 1. 2 随机变量的期望的计算，要求达到“简单应用”层次
 1. 3 随机变量的函数的期望的计算，要求达到“综合应用”层次
2. 方差
 2. 1 方差、标准差的定义及性质，要求达到“领会”层次
 2. 2 方差、标准差的计算，要求达到“简单应用”层次
 3. 几种常见分布的期望和方差，要求达到“简单应用”层次
 3. 1 两点分布、二项分布、泊松分布随机变量的期望和方差，要求达到“识记”层次
 3. 2 均匀分布、指数分布、正态分布随机变量的期望和方差，要求达到“识记”层次
4. 协方差及相关系数
 4. 1 协方差和相关系数的定义及其性质，要求达到“领会”层次
 4. 2 求协方差和相关系数，要求达到“简单应用”层次
 4. 3 二维正态分布随机变量的相关系数，相关性与独立性的关系，要求达到“领会”层次

第五章 大数定律及中心极限定理

一、考核的知识点

1. 大数定律
2. 中心极限定理

二、自学要求

本章总的要求是：了解切比雪夫不等式，知道依概率收敛的概念，了解切比雪夫大数定律、贝努利大数定律，掌握独立同分布的中心极限定理与棣莫弗—拉

普拉斯中心极限定理的简

单应用.

重点: 中心极限定理的简单应用

难点: 中心极限定理的简单应用

三、考核要求

1. 大数定律

1. 1 切比雪夫大数定律, 要求达到“识记”层次

1. 2 贝努利大数定律, 要求达到“识记”层次

2. 中心极限定理

2. 1 独立同分布中心极限定理, 要求达到“简单应用”层次

2. 2 棣莫弗—拉普拉斯中心极限定理, 要求达到“简单应用”层次

第六章 统计量与抽样分布

一、考核的知识点

1. 总体、个体、简单随机样本

2. 统计量及常用统计量

3. χ^2 分布、t 分布, F 分布

4. 正态总体的抽样分布

二、自学要求

本章总的要求是: 了解总体、样本的概念, 了解总体分布与样本分布的关系; 理解统计量的概念; 理解样本均值、样本方差以及样本矩的概念; 了解 χ^2 分布、t 分布、F 分布的结构性定义的性质及概率密度曲线的形状, 理解分位数并会查表计算; 掌握正态总体的抽样分布.

重点: 常用统计量、正态总体的抽样分布

难点: 正态总体抽样分布

三、考核要求

1. 总体与样本

总体、个体及简单随机样本的概念, 要求达到“识记”层次

2. 统计量

2. 1 统计量的概念, 要求达到“识记”层次

2. 2 样本均值、样本方差、样本标准差、样本矩的概念, 要求达到“识记”层次

3. 几种统计量的分布

3. 1 χ^2 分布、t 分布、F 分布的结构性定义及性质, 要求达到“识记”层次

3. 2 分位数的概念, 要求达到“领会”层次

3. 3 查表计算常用分布的分位数, 要求达到“简单应用”层次

4. 正态总体的抽样分布

正态总体的抽样分布, 要求达到“简单应用”层次

第七章 参数估计

一、考核的知识点

1. 点估计
2. 矩估计法
3. 极大似然估计法
4. 单个正态总体均值和方差的区间估计

二、自学要求

本章总的要求是：了解参数的点估计、估计量与估计值的概念；掌握矩估计、极大似然估计的方法；理解估计量无偏性的概念，了解有效性、相合性的概念，了解置信区间的概念，会求单个正态总体均值和方差的置信区间。

重点：矩估计和极大似然估计，单个正态总体均值与方差的区间估计

难点：极大似然估计

三、考核要求

1. 点估计
 1. 1 参数估计的概念，要求达到“识记”层次
 1. 2 求参数的矩估计，要求达到“简单应用”层次
 1. 3 求极大似然估计，要求达到“简单应用”层次
2. 估计量的评价标准
 2. 1 估计量的无偏性，要求达到“领会”层次
 2. 2 估计量的有效性、相合性，要求达到“识记”层次
3. 区间估计
 3. 1 置信区间的概念，要求达到“领会”层次
 3. 2 求单个正态总体均值和方差的置信区间，要求达到“简单应用”层次

第八章 假设检验

一、考核的知识点

1. 假设检验的基本思想与步骤
2. 单个正态总体的假设检验
3. 两个正态总体的假设检验

二、自学要求

本章总的要求是：了解假设检验的基本思想，掌握假设检验的基本步骤；掌握正态总体的均值及方差的假设检验。

重点：单个正态总体的均值与方差的假设检验

难点：两个正态总体的均值差与方差比的假设检验

三、考核要求

1. 假设检验
 1. 1 假设检验的基本思想及假设检验的基本步骤，要求达到“领会”层次

1. 2 假设检验的两类错误，要求达到“领会”层次
2. 正态总体的假设检验
2. 1 单个正态总体的均值和方差的假设检验，要求达到“简单应用”层次
2. 2 两个正态总体的均值差与方差比的假设检验，要求达到“领会”层次

第三部分 有关说明与实施要求

一、考核的能力层次表述

本大纲在考核目标中，按照“识记”、“领会”、“简单应用”三个能力层次规定其应达到的能力层次要求。各能力层次为递进等级关系，后者必须建立在前者的基础上，其含义是：

识记：能知道有关的名词、概念、知识的含义，并能正确认识和表述，是低层次的要求。

领会：在识记的基础上，能全面把握基本概念、基本原理、基本方法，能掌握有关概念、原理、方法的区别与联系，是较高层次的要求。

简单应用：在理解的基础上，能运用基本概念、基本原理、基本方法联系学过的多个知识点分析和解决有关的理论问题和实际问题，是最高层次的要求。

二、教材

指定教材：概率论与数理统计，孙宏祥、柳金甫，辽宁大学出版社，2006 年版

三、自学方法指导

1. 在开始阅读指定教材某一章之前，先翻阅大纲中有关这一章的考核知识点及对知识点的能力层次要求和考核目标，以便在阅读教材时做到心中有数，有的放矢。
2. 阅读教材时，要逐段细读，逐句推敲，集中精力，吃透每一个知识点，对基本概念必须深刻理解，对基本理论必须彻底弄清，对基本方法必须牢固掌握。
3. 在自学过程中，既要思考问题，也要做好阅读笔记，把教材中的基本概念、原理、方法等加以整理，这可从中加深对问题的认知、理解和记忆，以利于突出重点，并涵盖整个内容，可以不断提高自学能力。
4. 完成书后作业和适当的辅导练习是理解、消化和巩固所学知识，培养分析问题、解决问题及提高能力的重要环节，在做练习之前，应认真阅读教材，按考核目标所要求的不同层次，掌握教材内容，在练习过程中对所学知识进行合理的回顾与发挥，注重理论联系实际和具体问题具体分析，解题时应注意培养逻辑性，针对问题围绕相关知识点进行层次(步骤) 分明的论述或推导，明确各层次(步骤) 间的逻辑关系。

四、对社会助学的要求

1. 应熟知考试大纲对课程提出的总要求和各章的知识点。
2. 应掌握各知识点要求达到的能力层次，并深刻理解对各知识点的考核目标。

3. 辅导时，应以考试大纲为依据，指定的教材为基础，不要随意增删内容，以免与大纲脱节。
4. 辅导时，应对学习方法进行指导，宜提倡“认真阅读教材，刻苦钻研教材，主动争取帮助，依靠自己学通”的方法。
5. 辅导时，要注意突出重点，对考生提出的问题，不要有问即答，要积极启发引导。
6. 注意对考生能力的培养，特别是自学能力的培养，要引导考生逐步学会独立学习，在自学过程中善于提出问题，分析问题，做出判断，解决问题。
7. 要使考生了解试题的难易与能力层次高低两者不完全是一回事，在各个能力层次中会存在着不同难度的试题。
8. 助学学时：本课程共 7 学分，建议总课时 126 学时，其中助学课时分配如下：

章 次	内 容	学 时
第一章	随机事件与概率	18
第二章	随机变量及其概率分布	24
第三章	多维随机变量及其概率分布	18
第四章	随机变量的数字特征	20
第五章	大数定律及中心极限定理	8
第六章	统计量及其抽样分布	8
第七章	参数估计	16
第八章	假设检验	14
合 计		126

五、关于命题考试的若干规定

1. 本大纲各章所提到的内容和考核目标都是考试内容。试题覆盖到章，适当突出重点。
2. 试卷中对不同能力层次的试题比例大致是：“识记”为 20%、“领会”为 40%、“简单应用”为 40%。
3. 试题难易程度应合理：易、较易、较难、难比例为 2：3：3：2。
4. 试题类型一般分为：单项选择题、填空题、计算题、应用题。
5. 考试采用闭卷笔试，考试时间 150 分钟，采用百分制评分，60 分合格。

六、题型示例(样题)

一、单项选择题（本大题共■小题，每小题■分，共■分）

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将其选出并将“答题卡”上的相应字母涂黑。错涂、多涂或未涂均无分。

1. 设连续性随机变量 X 的密度函数为 $f(x) = \begin{cases} \ln x & x \in [1, b] \\ 0 & x \notin [1, b] \end{cases}$ ，则常数 $b =$

- A. e B. $e+1$ C. $e-1$ D. e^2

2. 已知 $E(X) = -1, D(X) = 3$, 则 $E[3(X^2 - 2)] =$

- A. 9 B. 6 C. 30 D. 36

二、填空题（本大题共 ■ 小题，每小题 ■ 分，共 ■ 分）

1. 若 $P(A) = 0.6, P(B) = 0.8, P(B|\bar{A}) = 0.2$, 则 $P(A|B) =$ _____。

2. 设二维随机变量 (X, Y) 的密度函数为 $f(x, y) = \begin{cases} x^2 + \frac{xy}{3}, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$

则 $P(X + Y \geq 1) =$ _____。

三、计算题（本大题共 ■ 小题，每小题 ■ 分，共 ■ 分）

1. 已知 $P\{X = k\} = \frac{a}{k}, P\{Y = -k\} = \frac{b}{k^2}, (k = 1, 2, 3)$, X 与 Y 独立, 确定 a, b 的值, 求

出 (X, Y) 的联合概率分布以及 $X + Y$ 的概率分布。

2. 设随机变量 X 的可能取值为 1, 2, 3, 相应的概率分布为 0.3, 0.5, 0.2, 求: $Y = 2X - 1$ 的期望与方差

四、应用题（本大题共 ■ 小题，每小题 ■ 分，共 ■ 分）

1. 设冷抽铜丝的折断力服从正态分布 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 从一批铜丝任取 10 根, 测得折断力如下: 578、572、570、568、572、570、570、596、584. 572, 求方差 σ^2 的 0.90 的置信区间。

2. 设某种灯泡的寿命服从正态分布, 按规定其寿命不得低于 1500 小时, 今从某日生产的一批灯泡中随机抽取 9 只灯泡进行测试, 得到样本平均寿命为 1312 小时, 样本标准差为 380 小时, 在显著水平 $\alpha = 0.05$ 下, 能否认为这批灯泡的平均寿命显著地降低?