

湖南省高等教育自学考试

课程考试大纲

拓扑学基础

(课程代码: 02008)

湖南省教育考试院组编
2016 年 12 月

高等教育自学考试课程考试大纲

课程名称：拓扑学基础

课程代码：02008

第一部分 课程性质与目标

一、课程性质与特点

拓扑学是高等教育自学考试数学（本科）专业的选考课程，是现代数学中一门较新且重要的分支，它主要几何图形在拓扑变换下保持不变的性质，具有高度抽象的，逻辑性极强的学科特点。学习拓扑学的基本理论与基本方法，不仅可为学习现代数学提供必要的基础知识，而且能从较高观点去观察、分析数学各科的内容，加深对这些内容的认识和理解。

二、课程目标与基本要求

通过本课程的学习，考生应掌握拓扑学的基本理论和基本方法，理解拓扑学研究问题的整体性、抽象性及高度概括性，能对实际问题进行分析、归纳、提炼和解决，培养抽象思维能力和逻辑推理能力，为进一步学习和研究《拓扑学》及现代数学的其它分支奠定基础。

三、与本专业其他课程的关系

拓扑学是现代数学的重要分支，是现代数学的三门基础课程之一。拓扑学的内容涉及集合论，分析学，代数学等学科，它的一些概念和方法是度量空间，连续函数等概念的推广，因此前期课程有数学分析、实变函数、高等代数、抽象代数、解析几何等。现代数学的其它分支中的许多问题都需要采用拓扑学的语言进行描述和刻画，所以后续课程有泛函分析、微分几何、拓扑学、李群论等。

第二部分 考核内容与考核目标

第一章 拓扑空间

一、学习目的与要求

1. 掌握度量空间、拓扑空间、子空间、连通空间、紧致性的定义和性质，并对这些性质有比较深入的理解，为进一步学习拓扑学打下基础。
2. 掌握乘积空间的性质及一些应用。
3. 了解商空间以及理解映射的同伦及空间的伦型。

二、考核知识点与考核目标

（一）度量空间、拓扑空间、关于子集的基本概念、连续映射与同胚、紧致性、连通性（重点）

- 识记：1. 度量空间、拓扑空间、开集、邻域、映射在一点连续、连续映射、同胚、子空间、闭集、闭包、连通空间、映射的同伦等概念
2. 连通空间、道路连通空间、局部连通空间、连通分支等概念

3. 紧致、可数紧致、列紧、序列紧致、局部紧致空间、仿紧空间等概念

理解：拓扑空间的定义及有关拓扑空间的概念及性质；拓扑空间连续映射的定义，连续映射的一些等价定义

应用：1. 会应用度量空间、拓扑空间、开集、邻域、连续映射、同胚、拓扑基、子空间、开覆盖、子覆盖、闭集的性质

2. 会应用紧致、局部紧的性质

3. 会应用连通空间、道路连通空间、局部连通空间、连通分支、同伦的性质

(二) 乘积空间（次重点）

识记：乘积拓扑、乘积空间的定义

理解：乘积空间的定义及相关性质

(三) 商空间（一般）

识记：商映射、商空间的定义

理解：商拓扑与原拓扑空间拓扑的关系；商空间的定义和性质

第二章 单纯复形和多面体

一、学习目的与要求

考生应掌握单纯形、单纯复形和多面体的定义和性质，并对这些性质有比较深入的理解，为进一步学习拓扑学打下基础。

二、考核知识点与考核目标

(一) 单纯形、单纯复形和多面体（重点）

识记：单纯形、单纯复形和多面体的概念

理解：单纯形、单纯复形、多面体的概念和性质

应用：会应用单纯形、单纯复形、多面体的性质

(二) 多面体的连通性（次重点）

识记：复形连通性的定义

理解：多面体连通的相关性质

(三) 重心重分和单纯逼近（一般）

识记：重心重分、单纯映射、单纯逼近的定义

理解：单纯映射和单纯逼近的定义和性质

第三章 基本群

一、学习目的与要求

考生应理解并掌握基本群的定义和性质，并对这些性质有比较深入的理解，为进一步学习拓扑学打下基础。

二、考核知识点与考核目标

- (一) 基本群的定义和性质 (重点)
 - 识记: 道路、闭路、基本群、单连通的概念
 - 理解: 基本群的概念和性质
- (二) 计算方法及一些简单运算 (次重点)
 - 识记: 闭棱道、棱道群、有限生成群的定义
 - 理解: 棱道群的定义和性质
 - 应用: 会应用棱道群计算某些多面体的基本群
- (三) 覆盖映射和覆盖空间 (一般)
 - 识记: 覆盖映射和覆盖空间的定义
 - 理解: 覆盖映射和覆盖空间的定义和性质

第四章 同调群

一、学习目的与要求

1. 考生应理解并掌握单纯同调群、奇异同调群的定义和性质, 并对这些性质有比较深入的理解。
2. 理解正合序列和切除定理, 了解纯和奇异同调的一致性, 一般系数的同调群, 以及 Lefschetz 不动点定理, 为进一步学习拓扑学打下基础。

二、考核知识点与考核目标

- (一) 单纯同调群, 奇异同调群 (重点)
 - 识记: 定向单形、 q 维链群、边缘同态、奇异同调群的定义
 - 理解: 边缘同态、奇异同调群的性质
- (二) 正合序列和切除定理 (次重点)
 - 识记: 正合序列、联结同态的定义
 - 理解: 切除定理
 - 应用: 切除定理证明双角锥同构定理
- (三) 单纯和奇异同调的一致性, 一般系数的同调群, Lefschetz 不动点定理 (一般)
 - 识记: 识记张量积的定义
 - 理解: Lefschetz 不动点定理
 - 应用: 张量积在链复形上的应用

第三部分 有关说明与实施要求

一、考核的能力层次表述

本大纲在考核目标中, 按照“识记”、“理解”、“应用”三个能力层次规定其应达到的能力层次要求。各能力层次为递进等级关系, 后者必须建立在前者的基础上, 其含义是:

识记：能知道有关的名词、概念、知识的含义，并能正确认识和表述，是低层次的要求。

理解：在识记的基础上，能全面把握基本概念、基本原理、基本方法，能掌握有关概念、原理、方法的区别与联系，是较高层次的要求。

应用：在理解的基础上，能运用基本概念、基本原理、基本方法联系学过的多个知识点分析和解决有关的理论问题和实际问题，是最高层次的要求。

二、教材

1. 指定教材：拓扑学基础，林金坤，科学出版社，2007年第2版

2. 参考教材：点集拓扑讲义，熊金城，高等教育出版社，2011年12月第4版

三、自学方法指导

1. 在开始阅读指定教材某一章之前，先翻阅大纲中有关这一章的考核知识点及对知识点的能力层次要求和考核目标，以便在阅读教材时做到心中有数，有的放矢。
2. 阅读教材时，要逐段细读，逐句推敲，集中精力，吃透每一个知识点，对基本概念必须深刻理解，对基本理论必须彻底弄清，对基本方法必须牢固掌握。
3. 在自学过程中，既要思考问题，也要做好阅读笔记，把教材中的基本概念、原理、方法等加以整理，这可从中加深对问题的认知、理解和记忆，以利于突出重点，并涵盖整个内容，可以不断提高自学能力。
4. 完成书后作业和适当的辅导练习是理解、消化和巩固所学知识，培养分析问题、解决问题及提高能力的重要环节，在做练习之前，应认真阅读教材，按考核目标所要求的不同层次，掌握教材内容，在练习过程中对所学知识进行合理的回顾与发挥，注重理论联系实际和具体问题具体分析，解题时应注意培养逻辑性，针对问题围绕相关知识点进行层次（步骤）分明的论述或推导，明确各层次（步骤）间的逻辑关系。

四、对社会助学的要求

1. 应熟知考试大纲对课程提出的总要求和各章的知识点。
2. 应掌握各知识点要求达到的能力层次，并深刻理解对各知识点的考核目标。
3. 辅导时，应以考试大纲为依据，指定的教材为基础，不要随意增删内容，以免与大纲脱节。
4. 辅导时，应对学习方法进行指导，宜提倡“认真阅读教材，刻苦钻研教材，主动争取帮助，依靠自己学通”的方法。
5. 辅导时，要注意突出重点，对考生提出的问题，不要有问即答，要积极启发引导。
6. 注意对考生能力的培养，特别是自学能力的培养，要引导考生逐步学会独立学习，在自学过程中善于提出问题，分析问题，做出判断，解决问题。
7. 要使考生了解试题的难易与能力层次高低两者不完全是一回事，在各个能力层次中会存在着不同难度的试题。

8. 助学学时：本课程共 5 学分，建议总课时 90 学时，其中助学课时分配如下：

章 次	内 容	学 时
第一章	拓扑空间	40
第二章	单纯复形和多面体	15
第三章	基本群	15
第四章	同调群	20
合 计		90

五、关于命题考试的若干规定

1. 本大纲各章所提到的内容和考核目标都是考试内容。试题覆盖到章，适当突出重点。
2. 试卷中对不同能力层次的试题比例大致是：“识记”为 40%、“理解”为 35%、“应用”为 2%。
3. 试题难易程度应合理：易、较易、较难、难比例为 2：3：3：2。
4. 每份试卷中，各类考核点所占比例约为：重点占 60%，次重点占 30%，一般占 10%。
5. 试题类型一般分为：单项选择题、填空题、名词解释题、证明题。
6. 考试采用闭卷笔试，考试时间 150 分钟，采用百分制评分，60 分合格。

六、题型示例（样题）

一、单项选择题（本大题共■小题，每小题■分，共■分）

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将其选出并将“答题卡”上的相应字母涂黑。错涂、多涂或未涂均无分。

1. 设 $X=\{1,2,3\}$, $T=\{\emptyset, X, \{1,2\}, \{1,3\}, \{1\}, \{2\}\}$ 是 X 的拓扑, $M=\{1,2\}$, 则 X 的子空间 M 的拓扑为
 - A. $T=\{\emptyset, \{2\}, \{1,2\}\}$
 - B. $T=\{\emptyset, X, \{1\}, \{2\}, \{1,2\}\}$
 - C. $T=\{\emptyset, M, \{1\}, \{2\}\}$
 - D. $\{\emptyset, X, \{1\}, \{2\}\}$

二、填空题（本大题共■小题，每小题■分，共■分）

1. 设 X 是一个拓扑空间，如果 X 中有两个非空的隔离子集 A, B , 使得 $A \cup B = X$, 则称 X 是一个_____。

三、名称解释题（本大题共■小题，每小题■分，共■分）

1. 连续映射

四、证明题（本大题共■小题，每小题■分，共■分）

1. 设 $f: X \rightarrow Y$ 是从连通空间 X 到拓扑空间 Y 的一个连续映射，则 $f(X)$ 是 Y 的一个连通子集。