

第一章

一、单项选择题

1. 计算四阶行列式 $\begin{vmatrix} x & a & a & a \\ a & x & a & a \\ a & a & x & a \\ a & a & a & x \end{vmatrix} = ()$ 。

- A. $(x+3a)(x-a)^3$
- B. $(x+3a)(x-a)^2$
- C. $(x+3a)^2(x-a)^2$
- D. $(x+3a)^3(x-a)$

【正确答案】 A

$$\begin{aligned}
 D_4 &= \begin{vmatrix} x+3a & x+3a & x+3a & x+3a \\ a & x & a & a \\ a & a & x & a \\ a & a & a & x \end{vmatrix} \\
 &= (x+3a) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & x & a & a \\ a & a & x & a \\ a & a & a & x \end{vmatrix} = (x+3a) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & x-a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x-a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x-a \end{vmatrix}
 \end{aligned}$$

【答案解析】 $= (x+3a)(x-a)^3$

本题知识点：行列式的性质，

2. 设行列式 $D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 3$, $D_1 = \begin{vmatrix} a_{11} & 5a_{11}+2a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & 5a_{21}+2a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & 5a_{31}+2a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$, 则 D_1 的值为 ()。

- A. -15
- B. -6
- C. 6
- D. 15

【正确答案】 C

【答案解析】

$$\text{由 } D_1 = \begin{vmatrix} a_{11} & 5a_{11}+2a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & 5a_{21}+2a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & 5a_{31}+2a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \xrightarrow{(2)+(-5)(1)} \begin{vmatrix} a_{11} & 2a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & 2a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & 2a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 6$$

所以本题选 c

本题知识点：行列式的计算，

3. 行列式 $\begin{vmatrix} 8 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 2 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 9 & \cdots & 0 & 0 \\ 10 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix} =$ ()。

- A. 10!
- B. -10!
- C. 8*10!
- D. -8*10!

【正确答案】 B

【答案解析】 为将负对角线上的元素换到主对角线上，需将第 1 与 10 列对换，2 与 9 列对换，3 与 8 列对换，4 与 7 列对换，5 与 6 列对换，共换 5 次。

故得 $D = (-1)^5 10!$ 。

本题知识点：行列式的计算，

4. 计算四阶行列式 $\begin{vmatrix} x & a & a & a \\ a & x & a & a \\ a & a & x & a \\ a & a & a & x \end{vmatrix} =$ ()。

- A. $(x+3a)(x-a)^3$
- B. $(x+3a)(x-a)^2$
- C. $(x+3a)^2(x-a)^2$
- D. $(x+3a)^3(x-a)$

【正确答案】 A

$$D_4 = \begin{vmatrix} x+3a & x+3a & x+3a & x+3a \\ a & x & a & a \\ a & a & x & a \\ a & a & a & x \end{vmatrix}$$

$$= (x+3a) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & x & a & a \\ a & a & x & a \\ a & a & a & x \end{vmatrix} = (x+3a) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & x-a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x-a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x-a \end{vmatrix}$$

【答案解析】 $= (x+3a)(x-a)^3$

本题知识点：行列式的计算，

5. 下列行列式的值为（ ）。

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & n \\ 0 & 0 & \cdots & n-1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 2 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

A. $(-1)^{n^2} n!$

B. $(-1)^{\frac{1}{2}n(n-1)} n!$

C. $(-1)^{\frac{1}{2}n(n+1)} n!$

D. $n!$

【正确答案】 B

【答案解析】

设原行列式为 A_n ，按第一列展开得： $A_n = (-1)^{n+1} A_{n-1}$ ，再对 A_{n-1} 按第二列展开，依次递推得

$A_n = (-1)^k n!$ ，其中 $k = (n+1) + n + \cdots + 2 = \frac{1}{2}n(n+3)$ ，显然 A、D 都是不对的，由于

$\frac{1}{2}n(n+3) - \frac{1}{2}n(n-1) = 2n$ 是一个偶数，从而 $(-1)^k = (-1)^{\frac{1}{2}n(n-1)}$ ，在此 B 是正确的选择，而

$\frac{1}{2}n(n+3) - \frac{1}{2}n(n+1) = n$ 无法肯定是一个偶数，因此 C 不是正确的选择。

本题知识点：行列式的计算，