

《高等数学》2017 年 04 月真题

一、单项选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分

1. 下列曲线中经过原点的为 ().

- A. $y=x+1$
- B. $y=x^2-x$
- C. $y=\cos x$
- D. $x^2+y^2=1$

2. 设函数 $f(x)=x^3-x^2-1$ ，则 $f(\frac{1}{x})=$ ().

- A. $\frac{1-x+x^3}{x^3}$
- B. $\frac{1+x-x^3}{x^3}$
- C. $\frac{1-x-x^3}{x^3}$
- D. $\frac{1+x+x^3}{x^3}$

3. 极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-2x+1}{x^2-1} =$ ().

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3

4. 极限 $f(x)=\frac{x+1}{(x-2)(x-3)}$ 的所有间断点为 ().

- A. $x=-1$
- B. $x=2$
- C. $x=2$
- D. $x=2, x=3$

5. 函数 $y = e^{\cos x}$ 的导数 $\frac{dy}{dx} =$ ().

- A. $e^{\cos x}$
- B. $e^{-\sin x}$
- C. $e^{\cos x} \sin x$
- D. $-e^{\cos x} \sin x$

6. 函数 $y = \frac{\sin x}{x}$ 的微分 $dy =$ ().

- A. $\frac{x \cos x - \sin x}{x^2}$
- B. $\frac{\sin x - x \cos x}{x^2}$
- C. $\frac{x \cos x - \sin x}{x^2} dx$
- D. $\frac{\sin x - x \cos x}{x^2} dx$

7. 设函数 $f(x) = 1 + \ln(1 + 2x^2)$, 则下列结论正确的是 ().

- A. $f(x)$ 只有极小值
- B. $f(x)$ 只有极大值
- C. $f(x)$ 既有极大值又有极小值
- D. $f(x)$ 无极值

8. 曲线 $y = \frac{x+1}{x-1}$ 的铅直渐近线为 ().

- A. $x = -1$
- B. $x = 1$
- C. $y = -1$
- D. $y = 1$

9. 已知 $\cos x$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, 则不定积分 $\int f(x) dx =$ ().

- A. $\sin x + C$
- B. $\cos x + C$
- C. $-\sin x + C$

D. $-\cos x + C$

10. 反常积分 $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx = ()$.

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. ∞

二、简单计算题：本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分

1. 判断函数 $f(x) = x^2 \sin x$ 的奇偶性.

2. 求极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{3}{x})^{2x}$.

3. 求曲线 $y = \frac{1}{1+x^2}$ 在点 $(1, \frac{1}{2})$ 处的切线方程.

4. 求极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x + 1}{2^x}$

5. 设函数 $z = \sin(x^2 + y^2)$ ，求偏导数 $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

三、计算题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分

1. 求常数 a 的值，使函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin ax}{x}, & x < 0 \\ 1 + x^2, & x \geq 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续.