

《线性代数》2017年4月真题

一、单项选择题：本大题共5小题，每小题2分，共10分

1. 已知2阶行列式 $\begin{vmatrix} -3a_2 & a_1 + 2a_2 \\ -3b_2 & b_1 + 2b_2 \end{vmatrix} = 6$, 则 $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} =$ ().

- A. -6
- B. -2
- C. 2
- D. 6

2. 若矩阵A中有一个 $r+1$ 阶子式等于零, 且所有 r 阶子式都不为零, 则必有 ().

- A. $r(A) = r$
- B. $r(A) \geq r$
- C. $r(A) < r$
- D. $r(A) = r+1$

3. 设向量组 $\alpha = (1, 0, 0)^T, \beta = (0, 1, 0)^T$, 下列向量中可以表示为 α, β 线性组合的是 ().

- A. $(2, 1, 0)^T$
- B. $(2, 1, 1)^T$
- C. $(2, 0, 1)^T$
- D. $(0, 1, 1)^T$

4. 设线性方程组 $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ kx_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$ 有非零解, 则 k 的值为 ().

- A. -2
- B. -1
- C. 1
- D. 2

5. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & x & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, 且A的特征值为1, 2, 3, 则 $x =$ ().

- A. -2
- B. 2
- C. 3
- D. 4

二、填空题：本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分

1. 行列式 $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 2 & 5 \\ 0 & 2 & 0 & 7 \end{vmatrix} =$ _____.

2. 设 $\begin{vmatrix} -1 & 0 & x \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = a_1x + a_0$, 则 $a_1 =$ _____.

3. 设 A, B 均为 3 阶矩阵, 且 $|A|=2$, $|B|=-3$, 则 $|3A \cdot B^{-1}| =$ _____.

4. 设 A, B 均为 2 阶可逆矩阵, 则 $\begin{pmatrix} 3A & O \\ O & B \end{pmatrix}^{-1} =$ _____.

5. 向量组 $\alpha_1 = (1, 1, 0)^T, \alpha_2 = (3, 0, -9)^T, \alpha_3 = (1, 2, 3)^T$ 的秩为_____.

6. 设 3 元非齐次线性方程组 $Ax=b$ 满足 $r(A)=2$, $\alpha_1 = (-1, 2, 0)^T, \alpha_2 = (1, 3, 1)^T$ 为其两个解, 则其导出组 $Ax=0$ 的通解为_____.

7. 设线性方程组 $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = a \\ x_2 - x_3 = b \\ x_1 + x_3 = c \end{cases}$ 有解, 则数 a, b, c 应满足_____.

8. 设3阶矩阵A的特征值为1, -2, 3, 则 $|A^2+E|$ = _____.

9. 若n阶矩阵A满足 $|3E+2A|=0$, 则A必有一个特征值为_____.

10. 二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 + x_2x_3$ 的矩阵为_____.

三、计算题：本大题共7小题, 每小题9分, 共63分

$$D = \begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+y & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-y \end{vmatrix}$$

1. 计算行列式

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

2. 设矩阵

自考365
 www.zikao365.com

, 求 $A^2 - 3A + E$.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

3. 设矩阵A和B满足 $AB=A+2B$, 其中

, 求矩阵B.

4. 求向量组 $a_1 = (1, 2, 1, 4)^T, a_2 = (0, 3, -1, -3)^T, a_3 = (1, -2, 8, 8)^T, a_4 = (2, 3, 8, 9)^T$ 的一个极大线性无关组, 并把其余向量用该极大无关组线性表出。

5.

设线性方程组

$$\begin{cases} -x_1 - 4x_2 + x_3 = 1 \\ kx_2 - 3x_3 = 3 \\ x_1 + 3x_2 + (k+1)x_3 = 0 \end{cases}$$