

《线性代数》2016 年 10 月真题

一、单项选择题：本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分

1. 已知 2 阶行列式 $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} = -2$ ，则 $\begin{vmatrix} -a_1 + a_2 & 2a_2 \\ -b_1 + b_2 & 2b_2 \end{vmatrix} =$ () .

- A. -4
- B. -2
- C. 2
- D. 4

2. 设 $A^* = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ ，则 $A^{-1} =$ () .

A. $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$

3. 设 n 阶矩阵 A, B, C 满足 $ABC=E$ ，则 () .

- A. $A^{-1}=B^{-1}C^{-1}$
- B. $A^{-1}=C^{-1}B^{-1}$
- C. $B^{-1}=CA$
- D. $B^{-1}=AC$

4. 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 可由向量组 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_t$ 线性表出, 则下列结论中正确的是 ().

- A. 若 $s > t$, 则 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 线性相关
- B. 若 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_t$ 线性无关, 则 $s > t$
- C. 若 $s > t$, 则 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_t$ 线性相关
- D. 若 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 线性无关, 则 $s > t$

5. 设 3 元线性方程组 $Ax = b$, 已知其中两个解 η_1, η_2 满足 $\eta_1 + \eta_2 = (-1, 0, 1)^T, \eta_1 - \eta_2 = (-3, 2, -1)^T$, k 为任意常数, 则方程组 $Ax = b$ 的通解为 ().

- A. $\frac{1}{2}(-1, 0, 1)^T + k(-3, 2, -1)^T$
- B. $\frac{1}{2}(-3, 2, -1)^T + k(-1, 0, 1)^T$
- C. $(-1, 0, 1)^T + k(-3, 2, -1)^T$
- D. $(-3, 2, -1)^T + k(-1, 0, 1)^T$

二、填空题：本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分

1. 设 $f(x) = \begin{vmatrix} 0 & x & -1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = a_1x + a_0$, 则 $a_0 =$ _____.

2. 2 阶行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$ 第 2 行元素的代数余子式之和为 _____.

3. 已知矩阵 $A = (1, 0, -1), B = (2, -1, 1)$, 且 $C = A^T B$, 则 $C^2 =$ _____.

4. 设 A 为 2 阶矩阵, 若存在矩阵 $P = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, 使得 $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, 则 $A =$ _____.

5.

设向量 $\alpha_1 = (1, 1, -1)^T, \alpha_2 = (1, -1, 1)^T, \alpha_3 = (-1, 1, 1)^T, \beta = (1, 0, 0)^T$, 则 β 由向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性表出的表示式为 $\beta =$ _____.

6. 设向量 $\alpha_1 = (-2, 1, 3)^T, \alpha_2 = (1, 0, -1)^T, \alpha_3 = (k+2, 1, 0)^T$ 线性相关, 则数 $k =$ _____.

7.

设向量 $\alpha_1 = (1, -1, 2)^T$ 与 $\alpha_2 = (4, 0, k)^T$ 正交, 则数 $k =$ _____.

8. 设 3 元非齐次线性方程组 $Ax=b$ 的增广矩阵 \bar{A} 经初等变换可化为

$$\bar{A} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & \vdots & 1 \\ 0 & 1 & 1 & \vdots & 2 \\ 0 & 0 & (k+2)(k-1) & \vdots & k-1 \end{pmatrix}$$

若该方程组有无穷多解, 则数 $k =$ _____.

9.

矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ 的两个特征值之和等于 _____.

10.

二次型 $f(x_1, x_2) = -x_1^2 - x_2^2 + 2x_1x_2$ 的规范形为 _____.

三、计算题：本大题共 7 小题, 每小题 9 分, 共 63 分

1. 计算行列式 $D = \begin{vmatrix} a_1 - b_1 & a_1 - b_2 & a_1 - b_3 \\ a_2 - b_1 & a_2 - b_2 & a_2 - b_3 \\ a_3 - b_1 & a_3 - b_2 & a_3 - b_3 \end{vmatrix}$.

2.